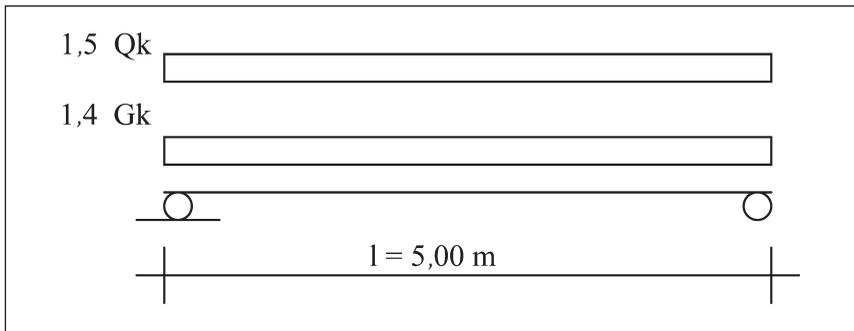


ESEMPI

Esempio - *Verifica a taglio della trave rettangolare inflessa, a doppia armatura, di dimensioni 30 × 50 cm, allo stato limite ultimo e confronto con i risultati prodotti dall'uso del metodo delle tensioni ammissibili (risoluzione degli aspetti taglianti)*

SVOLGIMENTO

Allo stato limite ultimo la combinazione da considerare è la seguente, con i relativi coefficienti moltiplicativi:



con:

$G_k = 3000 \text{ kg/ml}$ (valore caratteristico delle azioni permanenti – p.p., massetto, pavimento, ecc.);

$Q_k = 600 \text{ kg/ml}$ (valore caratteristico dell'azione variabile di base – sovraccarico accidentale).

Si è assunto $\gamma_g = 1,4$ e $\gamma_q = 1,5$ così come previsto dalla normativa vigente e in zona non sismica.

$$f_{cd} = 300 / 1,90 = 157,89 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{sd} = 4400 / 1,15 = 3826 \text{ kg/cm}^2$$

La sollecitazione da momento flettente vale:

$$M_d = (1,4 G_k + 1,5 Q_k) \cdot l^2 / 8 = (1,4 \cdot 3.000 + 1,5 \cdot 600) \cdot 5^2 / 8 = 15.937,50 \text{ kgm}$$

Il valore del taglio di calcolo vale:

$$V_d = (1,4 G_k + 1,5 Q_k) \cdot l / 2 = (1,4 \cdot 3000 + 1,5 \cdot 600) \cdot 5 / 2 = 12.750 \text{ kg}$$

L'elemento trave è un elemento strutturale con armature trasversali resistenti a taglio, pertanto rifacendosi ai richiami teorici sopra riportati, si deve verificare:

- *il conglomerato compresso*, che sia:

$$V_d = 0,30 f_{ctd} b_w d = 0,30 \cdot 157,89 \cdot 30 \cdot 47 = 66.787,47 \text{ kg} > 12.750 \text{ ok.}$$

La trave è composta con staffe ortogonali alla linea media dell'elemento strutturale e la sezione resistente è una sezione rettangolare 30×50 cm con copriferro 3 cm;

- *l'armatura trasversale d'anima*:

$$V_d \leq V_{cd} + V_{sd}$$

in cui:

$$V_{cd} = 0,60 f_{ctd} b_w d \delta = 0,60 \cdot 11,37 \cdot 30 \cdot 47 \cdot 1 = 9619,02 \text{ kg}$$

con:

$$\delta = 1$$

$$b_w = 30 \text{ cm}$$

$$d = 47 \text{ cm}$$

$$f_{ctm} = 0,58 R_{bk}^{2/3} = 0,58 \cdot 300^{2/3} = 25,99 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{ctk} = 0,70 f_{ctm} = 0,7 \cdot 25,99 = 18,19 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{ctd} = f_{ctk} / \gamma_{m,c} \text{ è la resistenza a trazione di calcolo con } \gamma_{m,c} = 1,60$$

$$f_{ctd} = f_{ctk} / \gamma_{m,c} = 18,19 / 1,6 = 11,37 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_{sd} = V_d - V_{cd} = 12.750 - 9619 = 3131 \text{ kg} = A_s f_{sd} 0,90 d (\sin \alpha + \cos \alpha) / S$$

dove:

A_s è l'area dell'armatura trasversale posta ad interasse s e con inclinazione α rispetto all'asse dell'elemento strutturale.

Adottando staffe Φ 8 mm a due bracci, si ha:

$$A_s = n \omega_{st} = 2 \cdot 0,50 = 1,00 \text{ cm}^2 \text{ per staffa}$$

Il passo delle staffe vale:

$$S = A_s f_{sd} 0,90 d (\sin \alpha + \cos \alpha) / (V_d - V_{cd}) = 1,00 \cdot 3826 \cdot 0,90 \cdot 47 \cdot 1 / 3,131 = 51,69 \text{ cm}$$

Il valore del passo delle staffe deve comunque rispettare le prescrizioni costruttive, ovvero:

– staffe con area complessiva $A_{st} \geq 1,5 b$ mmq/m.

Nel caso in esame, $A_{st} \geq 1,5 \cdot 300 \text{ mm} = 450 \text{ mmq/ml}$, utilizzando staffe dal diametro $\varphi 8 \text{ mm}$, con l'area della singola sezione di staffa pari a $\omega_{st} = 50 \text{ mmq}$, a due bracci ($n=2$) ortogonali all'armatura longitudinale, si ottiene un passo delle staffe:

$$\Delta_{st} = 100 n \omega_{st} / (1,5 b) = 100 \cdot 2 \cdot 50 \text{ mmq} / (1,5 \cdot 300 \text{ mm}) = 22,22 \text{ cm};$$

– minimo di 3 staffe a metro, ovvero una staffa ogni 33 cm;

– Δ_{st} non superiore a $0,8 h = 0,8 \cdot 47 = 37,6 \text{ cm}$.

In prossimità dei carichi concentrati e nelle zone di appoggio, per una larghezza pari a $2 h$, $\Delta_{st} \leq 12 \Phi_{\min \text{ long}}$; in questo caso $12 \cdot 1,6 = 19,20 \text{ cm}$.

Se supponiamo di essere in *zona sismica*, con una struttura di classe alta CD" A", si deve disporre per una distanza pari a $2 h$, una staffatura con un passo, con la prima staffa posta a non più di 5 cm dal filo del pilastro, pari al più piccolo valore delle seguenti quantità:

– $\frac{1}{4} h$ ovvero $\frac{1}{4} \cdot 47 = 11,75 \text{ cm}$;

– 15 cm;

– $6 \Phi_{\min \text{ long}}$ ovvero $6 \cdot 1,6 \text{ cm} = 9,6 \text{ cm}$.

Pertanto come staffatura corrente si adottano in definitiva staffe a due bracci, $\varphi 8 \text{ mm} / 20 \text{ cm}$, mentre alle due estremità della trave, per una distanza pari a $2 h$, si adotteranno staffe a due bracci, $\varphi 8 \text{ mm} / 9 \text{ cm}$;

• *l'armatura longitudinale all'appoggio:*

per tener conto dello schema resistente a traliccio, la verifica comporta una traslazione del diagramma del momento flettente lungo l'asse, di una quantità a_1 , nel verso che dà luogo ad un aumento in valore assoluto del momento flettente.

L'armatura longitudinale e il suo ancoraggio devono essere, pertanto, dimensionati per assorbire un momento pari a:

$$M_d (V_d) = M_d + V_d a_1 = 0 + 12.790 \cdot 0,423 = 5410,17 \text{ kgm}$$

con:

$$a_1 = 0,90 d (1 - \cot \alpha) = 0,90 \cdot 47 \cdot 1 = 42,30 \text{ cm}$$

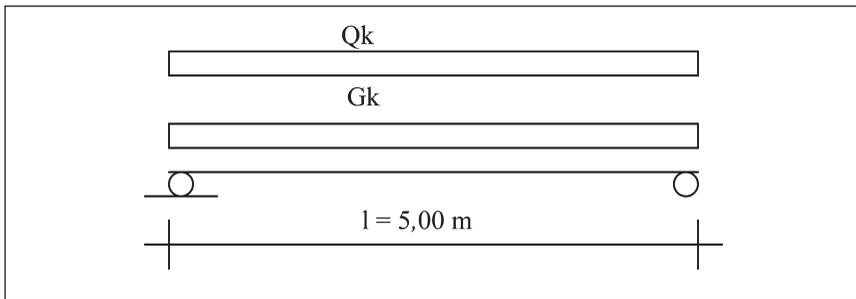
dove $a_1 \geq 0,20 d = 0,20 \cdot 47 = 9,4 \text{ cm}$;

$$A_{s \text{ long}} = M_d (V_d) / (0,9 \cdot d \cdot f_{sd}) = \\ 541.017 / (0,9 \cdot 47 \cdot 3826) = 3,34 \text{ cmq} < 2 \Phi 16 \text{ mm}$$

Questo esercizio va a completare l'esercizio n. 23, dove si sono trattati gli aspetti flessionali, e a tale proposito si ricorda che l'armatura a flessione della trave è di 5 Φ 16 mm simmetrica ($u=1$).

Si procede adesso a individuare, per la stessa trave in esame, con il metodo delle tensioni ammissibili, la quantità di armatura necessaria a taglio, ricordando che per la flessione occorrono 6 Φ 16 mm disposti simmetricamente ($u=1$).

Innanzitutto bisogna tenere in conto il diverso modo di calcolare le sollecitazioni:



con:

$G_k = 3000 \text{ kg/ml}$ (valore caratteristico delle azioni permanenti – p.p., massetto, pavimento, ecc.);

$Q_k = 600 \text{ kg/ml}$ (valore caratteristico dell'azione variabile di base – sovraccarico accidentale).

La sollecitazione da momento flettente vale:

$$M = (G_k + Q_k) \cdot l^2 / 8 = (3000 + 600) \cdot 5^2 / 8 = 11.250,00 \text{ kgm}$$

Il valore del taglio vale:

$$T = (G_k + Q_k) \cdot l / 2 = (3000 + 600) \cdot 5 / 2 = 9000 \text{ kg}$$

Con la stessa sezione di conglomerato rettangolare $30 \times 50 \text{ cm}$, con armatura simmetrica ($u=1$), si ha, procedendo con la teoria classica per calcolare la profondità dell'asse neutro:

$$X_c = n (A_s + A'_s) / b \cdot (-1 + (1 + 2 \cdot b \cdot (A_s d + A'_s d') / (n (A_s + A'_s)^2))^{1/2}) = 15,298 \text{ cm}$$

Il momento statico rispetto all'asse neutro:

$$S_n = n A_s (d - X_c) = 5734,89 \text{ cm}^3$$

Il momento d'inerzia rispetto all'asse neutro:

$$I_n = b X_c^3 / 3 + n A'_s (X_c - d')^2 + n A_s (d - X_c)^2 = 244.968,73 \text{ cm}^4$$

La tensione tangenziale massima vale:

$$\tau_{\max} = T S_n / b I_n = 7,023 \text{ kg/cmq}$$

Poiché $\tau_{co} \leq \tau_{\max} \leq \tau_{c1}$, occorre armare a taglio, dove:

$$\tau_{co} = 4 + (R_{bk} - 150) / 75 = 6 \text{ kg/cmq}$$

$$\tau_{c1} = 14 + (R_{bk} - 150) / 35 = 18,286 \text{ kg/cmq}$$

Utilizzando staffe $\Phi 8 \text{ mm}$ a due bracci, si ottiene un passo delle staffe:

$$\Delta_{st} = 2 \omega_{st} \sigma_{fa} / \tau_{\max} b = 2 \cdot 0,5 \cdot 2600 / (7,023 \cdot 30) = 12,34 \text{ cm}$$

(si assume $\Delta_{st} = 10 \text{ cm}$ nel tratto in cui $\tau_{\max} > \tau_{co}$ e $\Delta_{st} = 30 \text{ cm}$ altrove)

Ancora una volta l'evoluzione concettuale del metodo agli stati limite porta a dettagliare la posizione delle armature sia per la flessione che per il taglio: in questo caso si registra un risparmio di barre longitudinali ma anche un miglior confinamento trasversale dell'elemento strutturale, rispetto a quanto si ottiene con il metodo delle tensioni ammissibili.